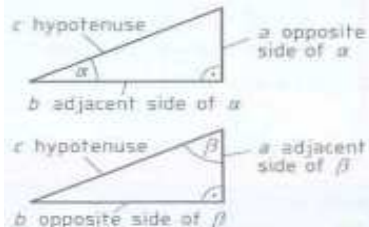


| | | | |
|--------|------|------|------|
| DE = | EN = | PT = | VN = |
| Winkel | | | |

Trigonometrische Funktionen von rechtwinkligen Dreiecken

Definitionen

Bezeichnung in einem rechtwinkligen Dreieck



Definitionen der Kennzahlen von den Seiten

Sinus = $\frac{\text{Gegenseite}}{\text{Hypotenuse}}$
 Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
 Tangente = $\frac{\text{Gegenseite}}{\text{Ankathete}}$
 Kotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenseite}}$

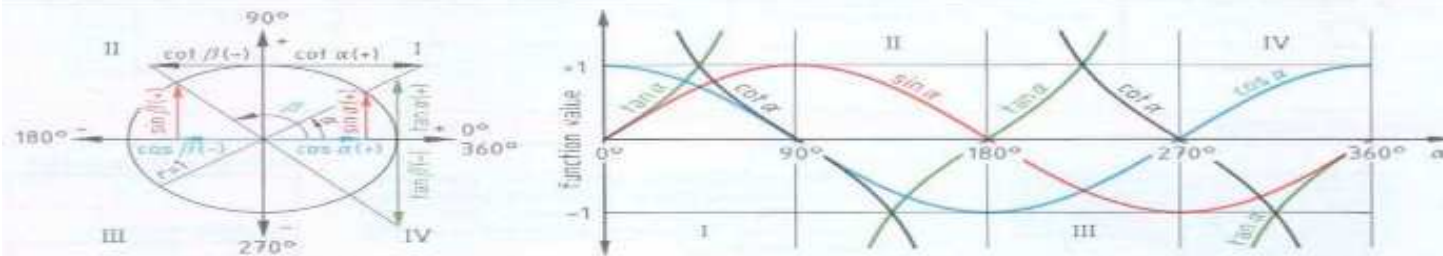
Anwendung

| | |
|-----------------------------|----------------------------|
| für α | für β |
| $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$ |
| $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$ |
| $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$ |
| $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ | $\cot \beta = \frac{a}{b}$ |

Graph der trigonometrischen Funktionen zwischen 0° und 360°

Präsentation auf einem Einheitskreis

Graph der trigonometrischen Funktionen



Die Werte der trigonometrischen Funktionen von Winkeln $> 90^\circ$ können von den Werten der Winkel zwischen 0° und 90° abgeleitet werden und dann aus den Tabellen (Seiten 11 und 12). Die grafisch dargestellten Kurven der trigonometrischen Funktionen beziehen sich auf das richtige Vorzeichen. Taschenrechner mit trigonometrischen Funktionen für den gewünschten Winkel.

Beispiel: Beziehungen für Quadrant II

Beziehungen

$\sin(90^\circ + \alpha) = +\cos \alpha$
 $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$
 $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$

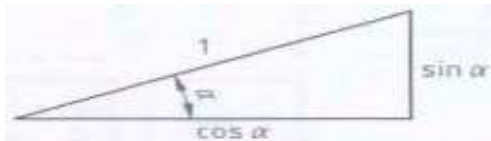
Beispiel: Funktionswerte für den Winkel 120° ($\alpha = 30^\circ$ in den Formeln)

| | |
|--|----------------------------|
| $\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 120^\circ = +0,8660$ | $\cos 30^\circ = +0,8660$ |
| $\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 120^\circ = -0,5000$ | $-\sin 30^\circ = -0,5000$ |
| $\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 120^\circ = -1,7321$ | $-\cot 30^\circ = -1,7321$ |

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

| | | | | | | | | | | | |
|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Funktion | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° | Funktion | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| sin | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | tan | 0 | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cos | +1 | 0 | -1 | 0 | 1 | cot | ∞ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Die Beziehungen zwischen den Funktionen eines Winkels



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Beispiel: Berechnung von $\tan \alpha$ von $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ für $\alpha = 30^\circ$
 $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$

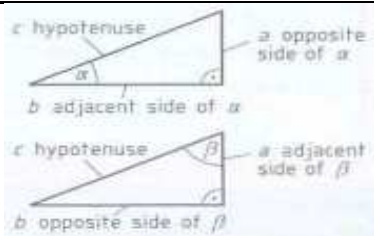
| | | | | | | | |
|-------------|-----------|--------|------------|-------------------|---------------|--|------------------------------------|
| gezeichnet: | HPW | Datum: | | education project | Winkel mathe. | translate/en_ds/p_ct/vn_ro | origin: MMHE, S. 13 |
| Aenderung: | an | Datum: | 18.05.2015 | WIAP KFKOK | Angle mathe. | r1 | datei_wi_8_f_1_7_c4_r1_13_a_Angle_ |
| Aenderung: | control 2 | Data: | | Safenwil Schweiz | spear 2 | www.wiap.ch | idee of / from HPW |

| | | | |
|-------|------|------|------|
| DE = | EN = | PI = | VN = |
| Angle | | | |

Trigonometric functions of right triangles

Definitions

Designation in a right triangle



Definitions of the ratios of the sides

sine = $\frac{\text{opposite side}}{\text{hypotenuse}}$
 cosine = $\frac{\text{adjacent side}}{\text{hypotenuse}}$
 tangent = $\frac{\text{opposite side}}{\text{adjacent side}}$
 cotangent = $\frac{\text{adjacent side}}{\text{opposite side}}$

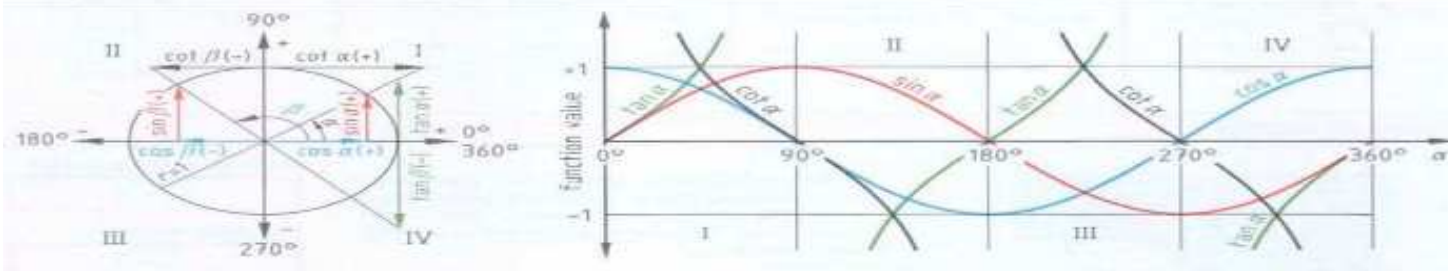
Application

| | |
|-----------------------------|----------------------------|
| for α | for β |
| $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$ |
| $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$ |
| $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$ |
| $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ | $\cot \beta = \frac{a}{b}$ |

Graph of the trigonometric functions between 0° and 360°

Representation on a unit circle

Graph of the trigonometric functions



The values of the trigonometric functions of angles $> 90^\circ$ can be derived from the values of the angles between 0° and 90° and then read from the tables (pages 11 and 12). Refer to the graphed curves of the trigonometric functions for the correct sign. Calculators with trigonometric functions for the desired angle.

Example: Relationships for Quadrant II

Relationships

$\sin(90^\circ + \alpha) = +\cos \alpha$
 $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$
 $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$

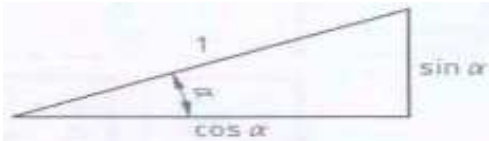
Example: Function values for the angle 120° ($\alpha = 30^\circ$ in the formulae)

| | |
|--|----------------------------|
| $\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 120^\circ = +0,8660$ | $\cos 30^\circ = +0,8660$ |
| $\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 120^\circ = -0,5000$ | $-\sin 30^\circ = -0,5000$ |
| $\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 120^\circ = -1,7321$ | $-\cot 30^\circ = -1,7321$ |

Function values for selected angles

| | | | | | | | | | | | |
|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Function | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° | Function | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| sin | 0 | +1 | 0 | -1 | 0 | tan | 0 | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cos | +1 | 0 | -1 | 0 | +1 | cot | ∞ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Relationships between the functions of an angle



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Example: Calculation of $\tan \alpha$ from $\sin \alpha$ and $\cos \alpha$ for $\alpha = 30^\circ$
 $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$

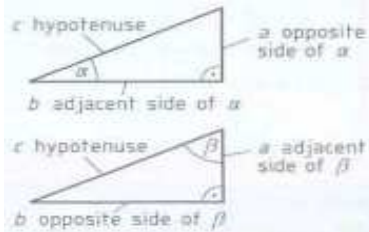
| | | | | | | | |
|-------------|-----------|--------|------------|-------------------|---------------|--|------------------------------------|
| gezeichnet: | HPW | Datum: | | education project | Winkel mathe. | translate/en_ds/p_ct/vn_ro | origin: MMHE, S. 13 |
| Aenderung: | an | Datum: | 18.05.2015 | WIAP KFKOK | Angle mathe. | r1 | datei_wi_8_f_1_7_c4_r1_13_a_Angle_ |
| Aenderung: | control 2 | Data: | | Safenwil Schweiz | spear 2 | www.wiap.ch | idee of / from HPW |

| | | | |
|------|------|----------------|------|
| DE = | EN = | PI = | VN = |
| | | Ângulos | |

Funções trigonométricas de triângulos retângulos

Definições

Designação de um triângulo retângulo



Definições das relações entre os lados

sine = $\frac{\text{lado oposto}}{\text{hipotenusa}}$
 cosseno = $\frac{\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}}$
 tangente = $\frac{\text{lado oposto}}{\text{adjacente}}$
 cotangente = $\frac{\text{adjacente}}{\text{lado oposto}}$

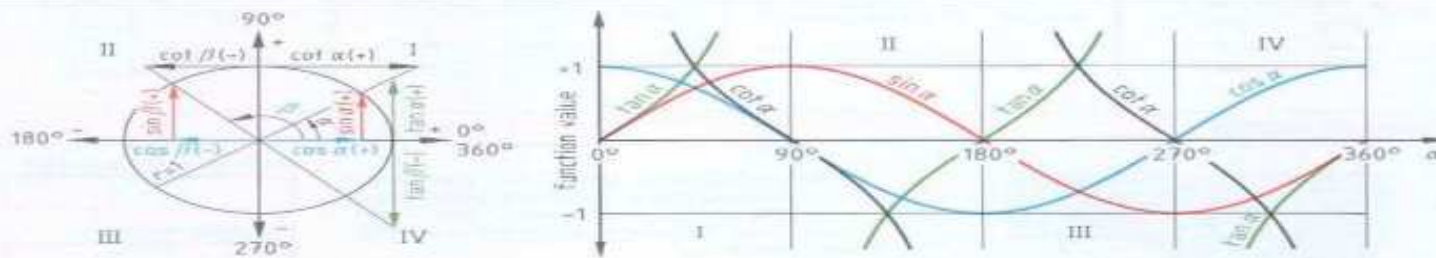
Aplicação

| | |
|-----------------------------|----------------------------|
| para α | para β |
| $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ | $\sin \beta = \frac{b}{c}$ |
| $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ | $\cos \beta = \frac{a}{c}$ |
| $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ | $\tan \beta = \frac{b}{a}$ |
| $\cot \alpha = \frac{b}{a}$ | $\cot \beta = \frac{a}{b}$ |

Gráfico das funções trigonométricas entre 0° e 360°

Representação em um círculo unitário

Gráfico das funções trigonométricas



Os valores das funções trigonométricas de ângulos $> 90^\circ$ pode ser derivada a partir dos valores dos ângulos entre 0° e 90° e, em seguida, ler o tabelas (páginas 11 e 12). Referem-se as curvas de gráficos das funções trigonométricas para o sinal correto. Calculadoras com funções trigonométricas para o ângulo desejado.

Exemplo: Relacionamentos para Quadrante II

Relações

$\sin(90^\circ + \alpha) = + \cos \alpha$
 $\cos(90^\circ + \alpha) = - \sin \alpha$
 $\tan(90^\circ + \alpha) = - \cot \alpha$

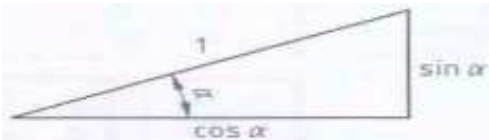
Exemplo: os valores da função para o 1200° ângulo ($\alpha = 300$ nas fórmulas)

| | |
|--|-----------------------------|
| $\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 1200 = + 0,8660$ | $\cos 30^\circ = + 0,8660$ |
| $\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 1200 = - 0,5000$ | $-\sin 30^\circ = - 0,5000$ |
| $\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 1200 = - 1,7321$ | $-\cot 30^\circ = - 1,7321$ |

Valores da função para ângulos selecionados

| | | | | | | | | | | | |
|--------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Função | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° | Função | 0° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| pecado | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | bronzado | 0 | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cos | +1 | 0 | -1 | 0 | 1 | berço | ∞ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Relações entre as funções de um ângulo



$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Exemplo: Cálculo de α tan do pecado α e $\cos \alpha$ para $\alpha = 30^\circ$
 $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

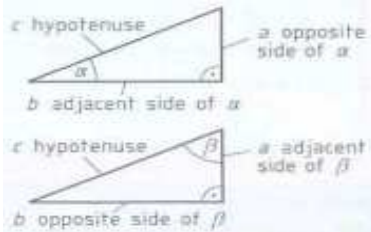
| | | | | | | | |
|-------------|-----------|--------|------------|------------------|---------------|--|------------------------------------|
| gezeichnet: | HPW | Datum: | | eduction project | Winkel mathe. | translate/en_ds/p_ct/vn_ro | origin: MMHE, S. 13 |
| Aenderung: | an | Datum: | 18.05.2015 | WIAP KFKOK | Angle mathe. | r1 | datei_wi_8_f_1_7_c4_r1_13_a_Angle_ |
| Aenderung: | control 2 | Data: | | Safenwil Schweiz | spear 2 | www.wiap.ch | idee of / from HPW |

| | | | |
|------|------|------|------|
| DE = | EN = | PI = | VN = |
| | | | Góc |

Các hàm lượng giác của tam giác vuông

Các định nghĩa

Chỉ trong một tam giác vuông



Định nghĩa của các tỷ lệ của các bên

$$\sin = \frac{\text{đôi diện bên}}{\text{đ ng huy n}}$$

$$\cos = \frac{\text{liên kê bên}}{\text{đ ng huy n}}$$

$$\text{tiếp tuyến} = \frac{\text{đôi diện bên}}{\text{liên kê bên}}$$

$$\text{cotent} = \frac{\text{liên kê bên}}{\text{đôi diện bên}}$$

Ứng dụng

cho α
 $\sin \alpha = \frac{\text{môt}}{c}$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{môt}}{b}$$

$$\text{cũi } \alpha = \frac{b}{\text{môt}}$$

cho β
 $\sin \beta = \frac{b}{c}$

$$\cos \beta = \frac{\text{môt}}{c}$$

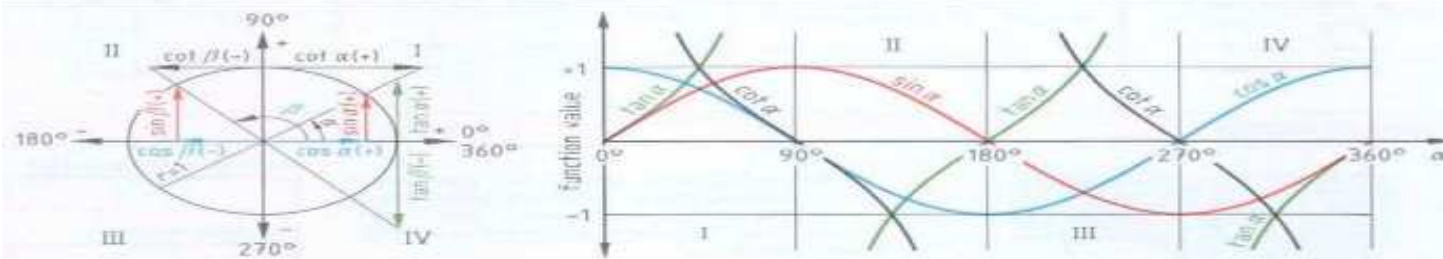
$$\tan \beta = \frac{b}{\text{môt}}$$

$$\cot \beta = \frac{\text{môt}}{b}$$

Đồ thị của các hàm lượng giác giữa 00 và 3600

Đại diện trên một vòng tròn đơn vị

Đồ thị của các hàm lượng giác



Giá trị của các hàm lượng giác của góc > 90° có thể được bắt nguồn từ các giá trị của các góc giữa 0° và 90° và sau đó đọc từ bảng (trang 11 và 12). Hãy tham khảo các đường cong vẽ đồ thị của hàm lượng giác là dấu hiệu chính xác. Máy tính với hàm lượng giác cho góc mong muốn.

Ví dụ: Mối quan hệ Quadrant II

Mối quan hệ

$$\sin(90^\circ + \alpha) = + \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = - \sin \alpha$$

$$\tan(90^\circ + \alpha) = - \cot \alpha$$

Ví dụ: giá trị chức năng cho các góc 1200 ($\alpha = 300$ trong các công thức)

$$\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 1200 = + 0,8660$$

$$\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 1200 = - 0,5000$$

$$\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 1200 = - 1,7321$$

$$\cos 30^\circ = + 0,8660$$

$$- \sin 30^\circ = - 0,5000$$

$$- \cot 30^\circ = - 1,7321$$

Các giá trị chức năng cho các góc được lựa chọn

| | | | | | | | | | | | |
|-----------|----|-----|------|------|------|-----------|----|-----|------|------|------|
| Chức năng | 0° | 90° | 180° | 270° | 3600 | Chức năng | 0° | 90° | 180° | 270° | 3600 |
| tọa lồi | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | tan | 0 | ∞ | 0 | ∞ | 0 |
| cos | +1 | 0 | -1 | 0 | 1 | cũi | ∞ | 0 | ∞ | 0 | ∞ |

Mối quan hệ giữa các chức năng của một góc



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Ví dụ: Tính toán của α tan khỏi tọa lồi α và $\cos \alpha$ cho $\alpha = 30^\circ$

$$\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$$

$$\tan \alpha \text{ cũi } \alpha = 1$$

$$\text{cũi } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

| | | | | | | | |
|-------------|-----------|--------|------------|-------------------|---------------|--|------------------------------------|
| gezeichnet: | HPW | Datum: | | education project | Winkel mathe. | translate/en_ds/p_ct/vn_ro | origin: MMHE, S. 13 |
| Aenderung: | an | Datum: | 18.05.2015 | WIAP KFKOK | Angle mathe. | r1 | datei_wi_8_f_1_7_c4_r1_13_a_Angle_ |
| Aenderung: | control 2 | Data: | | Safenwil Schweiz | spear 2 | www.wiap.ch | idee of / from HPW |